**Завдання для районних етапів**

**Харківського міського турніру юних математиків**

**(2018/2019 навчальний рік)**

Пропонуємо завдання для районних етапів міського турніру юних математиків, проведення якого планується у вересні 2018 року.

**Завдання для районних етапів**

**Харківського міського турніру юних математиків**

**(2018/2019 навчальний рік)**

(Нумерація відповідає переліку завдань ХХІ Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М.Й. Ядренка)

1. **«Чарівні сни»**

а) Алісі якось наснилися 2018 гномів, що стояли по колу. Кожен із гномів мав спочатку деяку парну (але, можливо, нульову) кількість цукерок. Далі сталося таке: усі гноми в один і той самий момент поділили свої цукерки на дві однакові частини та віддали одну частину своєму сусідові зліва, а іншу — своєму сусідові справа. У підсумку в деякого гнома опинилася 1 цукерка, у наступного за годинниковою стрілкою — 2 цукерки, у наступного — 3 цукерки і т. д.; в останнього (того, що стояв перед першим гномом) стало, відповідно, 2018 цукерок. Чи могло таке статися насправді?

б) Наступної ночі Алісі наснилися 1009 гномів, що так само стояли по колу та ділилися цукерками з сусідами. У підсумку в одного з гномів стало 2 цукерки, в наступного за годинниковою стрілкою — 4 цукерки, в наступного за ним — 6 цукерок і т. д.; в останнього гнома, таким чином, знову опинилося 2018 цукерок. Чи міг новий сон Аліси бути правдою?

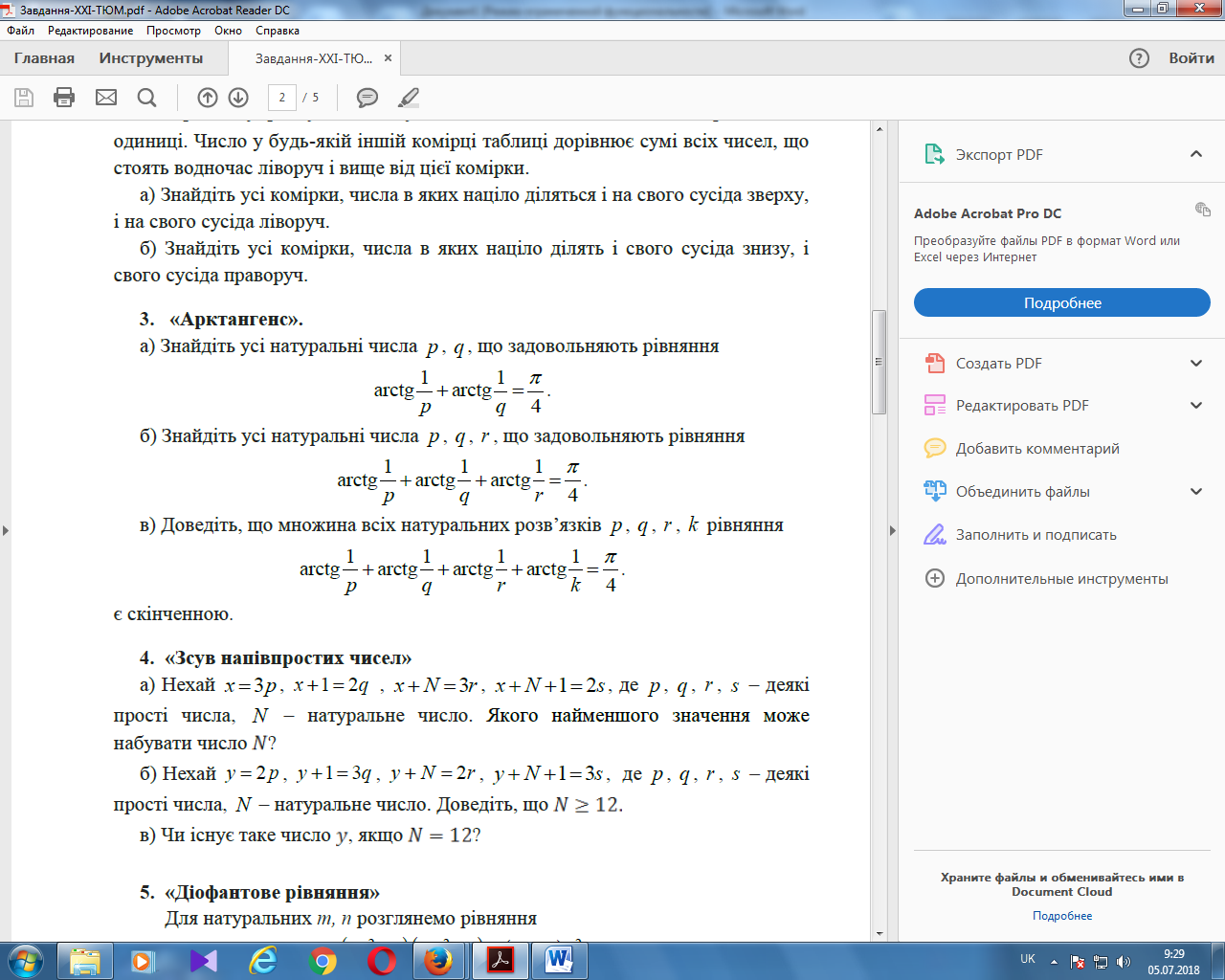
1. **«Дивна таблиця»**

У верхньому рядку та лівому стовпці таблиці 2018 X 2018 проставлено одиниці. Число у будь-якій іншій комірці таблиці дорівнює сумі всіх чисел, що стоять водночас ліворуч і вище від цієї комірки.

а) Знайдіть усі комірки, числа в яких націло діляться і на свого сусіда зверху, і на свого сусіда ліворуч.

б) Знайдіть усі комірки, числа в яких націло ділять і свого сусіда знизу, і свого сусіда праворуч.

1. **«Арктангенс»**

а) Знайдіть усі натуральні числа р,q, що задовольняють рівняння

**10. «Цікаві підмножини»**

Знайдіть кількість непорожніх підмножин множини {1, 2,..., 1009} із сумою елементів, що ділиться на 2018.

11. «Ноутбук із фільмами»

20 однокласників написали списки по 5 фільмів, які їм подобаються. З’ясувалось, що будь-які два списки мають не більше ніж т однакових фільмів. Класний керівник завантажив всі ці фільми на ноутбук.  Яка  мінімальна  кількість фільмів може бути на ноутбуку, якщо а) т = 1; б) т = 2?

**15. «Шахова композиція»**

Під час шахової партії залишилося п’ять фігур (або пішаків) на клітинках а1, Ь1,  Ь5,  с2,  с4. Ганнуся подивилася на шахівницю й запитала, чий хід. Отримавши відповідь, вона змогла визначити останній хід кожного із суперників. Визначте, які фігури стоять на вказаних клітинках.

**16. «Побудова трикутника»**

Нехай К, Т - точки дотику вписаного та зовнівписаного кіл до сторони ВС трикутника АВС, М - середина сторони ВС. Побудуйте циркулем і лінійкою трикутник АВС за променями АК  та  АТ (на них точки К, Т не відмічено) та точкою М .

**17. «І знову будуємо трикутник»**

Побудуйте циркулем і лінійкою трикутник АВС за сторонами   *b*,  с та відрізком АІ, де І - центр вписаного кола цього трикутника.

Матеріали для проведення відбіркових етапів турніру підготували:

І. Г. Величко,  Р. В. Дмитришин,  С. І. Доценко,  В. М. Журавльов, А. І. Казмерчук, О. Г. Кукуш,   О. О. Курченко,   І. А. Кушнір,    М. П. Мороз,     Д. П. Мисак,

А. Д. Ніколаєв, О. Б. Панасенко, В. М. Радченко, М. М. Рожкова, П. І. Самовол,

П. Г. Стеганцева, О. К. Толпиго, І. В. Федак, А. М. Фролкін, Г. М. Шевченко.